



روزهایی که عید ترند! (بخش دوم)

● محدثه رجایی

کلیدواژه‌ها: بخش پذیری، تقویم، برنامه‌نویسی رایانه‌ای

در شماره قبل گفتیم که سوفیا در کلاس ریاضی فهمیده بود که همه روزهای هفته به یک اندازه با روز کریسمس هم‌زمان نمی‌شوند. خواهرش لیدا، موقع شام این مسئله را از او شنید و از او خواست تا برایش بگوید که چه طور چنین چیزی ممکن است. سوفیا و لیدا تا اینجا پیش رفتند که لیدا می‌توانست از روی اینکه یک روز مشخص - مثلاً امروز - چه روزی از هفته است، بگوید چندین روز بعد، مثلاً ۲۷۴ روز بعد، چندشنبه خواهد بود. حالا ادامه هم‌فکری آن دو را می‌خوانیم.

سوفیا: لیدا، یادت هست دیشب به کجا رسیدیم؟
لیدا: بله، به اینکه سالی که با روز شنبه شروع شود، اگر کیسه نباشد، سال بعد از آن با یکشنبه آغاز می‌شود و اگر کیسه باشد، با دوشنبه.

سوفیا: حالا به من بگو اگر روز کریسمس در یک سال میلادی شنبه باشد، در سال بعد چندشنبه است؟
لیدا: جواب مثل روز اول سال نیست؟! اگر سال اول کیسه باشد، کریسمس سال دوم ۳۶۵ روز بعد از کریسمس سال اول است و اگر سال اول کیسه نباشد، ۳۶۴ روز بعد.

سوفیا: کمی بیشتر دقت کن! فرق سال میلادی کیسه و غیر کیسه در کدام روز از سال است؟
لیدا: دومین ماه سال یعنی ماه فوریه، بیست و هشت روز دارد، اگر آن سال کیسه نباشد و بیست و نه روز دارد، اگر کیسه باشد.
سوفیا: همین‌طور است! حالا اگر سال اول کیسه باشد، از بیست و پنجم دسامبر آن، یعنی روز کریسمس، تا بیست و پنجم دسامبر سال بعد چند روز وجود دارد؟

لیدا: فهمیدم چه اشتباهی کرده‌ام! اگر سال اول کیسه باشد، یک روز بیشتر دارد، ولی آن یک روز قبل از روز کریسمس است و بین کریسمس سال اول و کریسمس سال دوم نمی‌افتد. اما اگر سال دوم کیسه باشد، یک روز به دومین ماه آن اضافه می‌شود و بنابراین، فاصله دو روز کریسمس یک روز بیشتر از وقتی می‌شود که سال بعد کیسه نباشد. پس جواب درست این است که کریسمس سال دوم ۳۶۴ روز بعد از کریسمس سال اول است، اگر سال دوم کیسه نباشد و ۳۶۵ روز بعد از آن است، اگر سال دوم کیسه باشد. حالا با توجه به جواب مسئله روز اول سال می‌توانیم بگوییم اگر کریسمس سال اول شنبه باشد، کریسمس سال دوم یکشنبه است اگر سال دوم کیسه نباشد و دوشنبه است اگر کیسه باشد.

سوفیا: درست است! فکر می‌کنم الان آماده‌ایم که به مسئله اصلی فکر کنیم. یعنی اینکه همه روزهای هفته به یک اندازه با کریسمس هم‌زمان می‌شوند یا نه. تا اینجا می‌دانیم، اینکه کریسمس در کدام روز هفته باشد از یک سال به سال بعد فرق می‌کند و ارتباط کریسمس یک سال با کریسمس سال بعد از روی کیسه بودن یا نبودن سال دوم مشخص می‌شود. حالا چه طور می‌توانیم بفهمیم که کریسمس در بعضی از روزها بیشتر از بقیه قرار می‌گیرد یا نه؟
لیدا: نمی‌دانم! به نظر خوب است کمی آزمایش کنیم! مثلاً ببینیم در ده سال پشت هم کریسمس چند بار در هر یک از روزهای هفته می‌افتد. من از سال ۲۰۱۵ شروع می‌کنم.

لیدا مشغول کار شد. سوفیا هم سعی کرد تا جایی که می‌تواند کریسمس سال‌های ۲۰۱۵ به بعد را مشخص کند و آن‌ها را در یک جدول نمایش دهد. بعد از مدتی لیدا گفت: «با توجه به اینکه کریسمس امسال جمعه است، در این ده سال، یک شنبه، دو یکشنبه،





دو دوشنبه، یک سه‌شنبه، دو چهارشنبه و دو جمعه کریسمس هستند و هیچ پنجشنبه‌ای کریسمس نیست. سوفیا هم گفت: «من دوست دارم از سال ۲۰۲۵ شروع کنم، یعنی بلافاصله بعد از ده سال تو. همان‌طور که از روی جدول معلوم است، در این ده سال کریسمس دوبار شنبه، یک‌بار یکشنبه، دوباره دوشنبه، یک‌بار سه‌شنبه، یک‌بار چهارشنبه، دوبار پنجشنبه و یک‌بار هم جمعه خواهد بود.»

لیدا: در ده سالی که من بررسی کردم، بعضی از روزهای هفته بیشتر از بقیه کریسمس هستند. در ده سال تو هم بعضی از روزها بیشتر با کریسمس هم‌زمان شده‌اند.

سال	نوع سال	روز کریسمس
۲۰۱۵	غیر کیبسه	جمعه
۲۰۱۶	کیبسه	یکشنبه
۲۰۱۷	غیر کیبسه	دوشنبه
۲۰۱۸	غیر کیبسه	سه‌شنبه
۲۰۱۹	غیر کیبسه	چهارشنبه
۲۰۲۰	کیبسه	جمعه
۲۰۲۱	غیر کیبسه	شنبه
۲۰۲۲	غیر کیبسه	یکشنبه
۲۰۲۳	غیر کیبسه	دوشنبه
۲۰۲۴	کیبسه	چهارشنبه
۲۰۲۵	غیر کیبسه	پنجشنبه
۲۰۲۶	غیر کیبسه	جمعه
۲۰۲۷	غیر کیبسه	شنبه
۲۰۲۸	کیبسه	دوشنبه
۲۰۲۹	غیر کیبسه	سه‌شنبه
۲۰۳۰	غیر کیبسه	چهارشنبه
۲۰۳۱	غیر کیبسه	پنجشنبه
۲۰۳۲	کیبسه	شنبه
۲۰۳۳	غیر کیبسه	یکشنبه
۲۰۳۴	غیر کیبسه	دوشنبه
۲۰۳۵	غیر کیبسه	سه‌شنبه
۲۰۳۶	کیبسه	پنجشنبه
۲۰۳۷	غیر کیبسه	جمعه
۲۰۳۸	غیر کیبسه	شنبه
۲۰۳۹	غیر کیبسه	یکشنبه

ده سال لیدا

ده سال سوفیا



تقسیم کنیم و در یک سوم هر کدام از آن قسمت‌ها ریحان بکاریم و در دو سوم هر کدام نعناع. چون بخش بزرگ‌تری از هر قسمت به نعناع داده شده است، در کل هم در باغچه بیشتر نعناع کاشته‌ایم تا ریحان!

سوفیا: دوره‌های ده ساله به ما کمکی نکردند. به نظر تو خوب است دوره‌های بزرگ‌تری را در نظر بگیریم؟ مثلاً ببینیم در هر صد سال یا دویست سال هر روز هفته چند بار کریسمس است؟
لیدا: یعنی ممکن است همه دوره‌های صد ساله یا دویست ساله از نظر کریسمس مثل هم باشند؟ آن وقت می‌توانیم با بررسی یکی از دوره‌ها درباره همه کریسمس‌ها چیزی بفهمیم.

سوفیا: باید دقت کنیم که دوباره مثل دوره‌های ده ساله نشود که با هم فرق داشتند! بیا بفهمیم چرا با ده ساله‌ها مشکل پیدا کردیم. چه چیزی باعث می‌شد که مثل هم نباشند؟

لیدا: خب مثلاً در ده سال من سال‌های دوم، ششم و دهم کبیسه بودند و در ده سال تو سال‌های چهارم و هشتم. ما هم از قبل می‌دانستیم، اینکه کریسمس از یک سال به سال بعد چند روز در هفته جابه‌جا می‌شود، به کبیسه بودن مربوط است. این خودش می‌تواند ده سال مرا با ده سال تو متفاوت کند.

سوفیا: پس مشکل این است که وقتی زمان را به بخش‌های ده ساله پشت هم تقسیم می‌کنیم، از یک ده سال به ده سال بعدی، جای سال‌های کبیسه عوض می‌شود. به نظر من یک مسئله دیگر هم وجود دارد. از روی جدول می‌بینیم که اگر از سال ۲۰۱۹ شروع کنیم، مثل ده سال تو، سال‌های دوم، ششم و دهم کبیسه هستند. در ده سال تو کریسمس هیچ‌وقت پنجشنبه نبود، اما در ده سالی که از سال ۲۰۱۹ شروع می‌شود، کریسمس یک‌بار پنجشنبه است. پس فقط سال‌های کبیسه مهم نیستند!

لیدا: درست می‌گویی! اولین کریسمس در ده سال من جمعه است و اولین کریسمس در ده سال از ۲۰۱۹ به بعد، چهارشنبه. فکر می‌کنم مهم است که اولین کریسمس همه دوره‌ها یک روز از هفته باشد. در این دو تا ده سال، محل سال‌های کبیسه مثل هم است. پس در هر دو مثلاً از سال اول به دوم کریسمس دو روز در هفته جلو می‌رود (از جمعه به یکشنبه و از چهارشنبه به جمعه) و از سال اول به دوم یک روز (از یکشنبه به دوشنبه و از جمعه به شنبه)، ولی چون در یکی اولین کریسمس جمعه است و در یکی چهارشنبه، در آخر کریسمس‌های این دو دوره مثل هم نمی‌شوند.

سوفیا: بنابراین، مشکل این است که اگر کریسمس یک سال مثلاً جمعه باشد، کریسمس ده سال بعد از آن دیگر جمعه نیست.

لیدا: این به حرف‌های دیشیمان ربط دارد. یعنی اگر از ده سال بعد از کریسمس امسال شروع کنیم و یک هفته، یک هفته عقب بیایم، در انتها به هفت روز بعد از کریسمس امسال

سوفیا: به نظر تو حالا می‌توانیم نتیجه بگیریم که در کل بعضی از روزهای هفته بیشتر از بقیه کریسمس می‌شوند؟ یعنی اگر در هر دوره ده ساله بعضی از روزها بیشتر از بقیه کریسمس باشند، می‌توانیم بگوییم کریسمس به یک اندازه در همه روزها قرار نمی‌گیرد؟

لیدا: ببین! در ده سال من کریسمس یک‌بار شنبه است و دوبار یکشنبه. در ده سال تو دوبار شنبه است و یک‌بار یکشنبه. پس در مجموع در این بیست سال شنبه و یکشنبه به یک اندازه کریسمس شده‌اند!

سوفیا: یعنی می‌خواهی بگویی، وقتی چند تا ده سال را جدا جدا بررسی می‌کنیم، در هر کدام بعضی از روزها بیشتر از بقیه کریسمس هستند، ولی وقتی همه آن سال‌ها را روی هم نگاه می‌کنیم، ممکن است همه روزها به یک اندازه کریسمس شده باشند؟

لیدا: بله! در ده سال من بعضی از روزها بیشتر یا کمتر از ده سال تو کریسمس هستند. مثلاً شنبه در ده سال من کمتر از ده سال تو کریسمس است. همین اختلاف ممکن است باعث شود روزهایی که در یک ده سال کمتر کریسمس می‌شوند، در یک ده سال دیگر بیشتر کریسمس باشند و در مجموع همه روزها به یک اندازه کریسمس شوند!

سوفیا: لیدا، قبول داری اگر همه ده سال‌ها مثل هم بودند، مثلاً همه مثل ده سال تو بودند، آن وقت می‌توانستیم نتیجه بگیریم در کل همه روزهای هفته به یک اندازه نمی‌توانند کریسمس باشند؟

لیدا: یعنی از هر سالی که شروع می‌کردیم و ده سال پشت سر هم را در نظر می‌گرفتیم، کریسمس یک‌بار شنبه بود، دوبار یکشنبه، دوبار دوشنبه، یک‌بار سه‌شنبه و...؟ بله قبول دارم. اگر در هر ده سالی شنبه کمتر از یکشنبه کریسمس باشد، در کل هم شنبه کمتر از یکشنبه کریسمس است. مثل اینکه باغچه خانه را به چند قسمت مساوی





برابر است با $97 \times 366 + 30 \times 365$ که می‌شود: ۱۴۶۰۹۷ روز.

لیدا این عدد را به ۷ تقسیم کرد و گفت: «بر ۷ بخش پذیر است. پس اگر کریسمس یک سال مثلاً شنبه باشد، کریسمس چهارصد سال بعد هم شنبه است. پس باید کریسمس‌های یک دوره کنیم و ببینیم هر یک از روزهای هفته در آن دوره چند بار کریسمس شده است.

اگر بعضی از روزها بیشتر از بقیه کریسمس شده باشند، آن وقت در کل آن روزها بیشتر می‌توانند کریسمس باشند.»

سوفیا: چون در هر چهارصد سال دیگر هم آن روزها بیشتر کریسمس هستند. اما واقعا لازم است کریسمس‌های چهارصد سال را بررسی کنیم؟ یک دوره چهارصد ساله، چهارصد روز کریسمس دارد. وقتی این روزهای کریسمس بین روزهای هفته تقسیم شوند، ممکن است به همه روزهای هفته به یک اندازه کریسمس برسد؟

لیدا: اگر این اتفاق بیفتد، ۴۰۰ باید بر ۷ بخش پذیر باشد. چون اگر به هر روز هفته n تا کریسمس برسد، آن وقت: $7 \times n = 400$. اما ۴۰۰ مضرب ۷ نیست. پس همه روزهای هفته به یک اندازه کریسمس نمی‌شوند! مسئله حل شد، ولی کاش می‌دانستیم کدام روزها بیشتر و کدام کمتر کریسمس می‌شوند.

سوفیا: معلم ریاضی مان گفت که یا باید حوصله داشته باشیم و تکلیف کریسمس‌های چهارصد سال را یکی یکی مشخص کنیم و یا باید کمی برنامه‌نویسی رایانه‌ای یاد بگیریم تا برنامه‌ای بنویسیم که یک رایانه این کار را برایمان انجام دهد. او گفت که با هر کدام از این راه‌ها می‌توانیم ببینیم که در چهارصد سال پشت هم، پنجاه و شش تا شنبه، پنجاه و هشت تا یکشنبه، پنجاه و شش تا دوشنبه، پنجاه و هشت تا سه‌شنبه، پنجاه و هفت تا چهارشنبه، پنجاه و هشت تا پنجشنبه و پنجاه و هشت تا جمعه کریسمس هستند.

لیدا: به من که خیلی خوش گذشت. سوفیا! خیلی ممنون که برابرم وقت گذاشتی! اگر باز هم با مسئله جالبی آشنا شدی، لطفاً آن را برای من هم بگو!

سوفیا: حتماً این کار را می‌کنم!

نمی‌رسم. پس تعداد روزهایی که در ده سال وجود دارند، مضرب ۷ نیست!

سوفیا: آفرین! پس ما باید دوره‌هایی را در نظر بگیریم که تعداد روزهایشان بر ۷ بخش پذیرند. این طوری اولین کریسمس یک دوره در همان روزی از هفته می‌افتد که اولین کریسمس دوره بعدی. حالا به نظرت دوره‌های صد ساله مناسب هستند؟

لیدا: بگذار به قاعده‌هایی که برای تعیین سال کبیسه داشتیم فکر کنیم! نه، خوب نیستند. مثلاً از سال ۱۹۰۱ تا سال ۲۰۰۰، بیست و پنج کبیسه وجود داشته است، ولی از سال ۲۰۰۱ تا سال ۲۱۰۰، بیست و چهار سال کبیسه وجود دارد. وقتی تعداد کبیسه‌ها یکی نیست، حتماً جایشان هم مثل هم نیست!

سوفیا: دویست سال چه طور؟

لیدا دوباره کمی فکر کرد و گفت: «نه، باز هم مثل قبل. کافی است سال‌های ۱۸۰۱ تا ۲۰۰۰ و ۲۰۰۱ تا ۲۲۰۰ را در نظر بگیریم! حتی دوره‌های سی صد ساله هم به همین دلیل خوب نیستند. از قبل می‌دانستیم اگر عدد سالی به ۱۰۰ بخش پذیر باشد، ولی به ۴۰۰ بخش پذیر نباشد، کبیسه نیست. به همین خاطر این سه دوره مناسب نیستند. بیا به چهارصد سال فکر کنیم.»

سوفیا: در هر چهارصد عدد پشت‌سر هم چند مضرب ۴ وجود دارد؟

لیدا: صد تا. از این صد تا، چهار تا بر ۱۰۰ بخش پذیر هستند و از این چهار تا فقط یکی مضرب ۴۰۰ است. پس از صد تا مضرب چهار باید سه تا مضرب ۱۰۰ که مضرب ۴۰۰ نیستند را برداریم تا به تعداد سال‌های کبیسه برسیم. پس در هر چهارصد سال پشت‌سر هم نود و هفت سال کبیسه وجود دارد. اما آیا جای آن‌ها هم ثابت است؟ مثلاً اگر سالی کبیسه باشد، چهارصد سال بعد از آن هم کبیسه است؟»

سوفیا: اگر سالی کبیسه باشد، عدد آن مضرب ۴ است و اگر مضرب ۱۰۰ باشد، مضرب ۴۰۰ هم هست. پس اگر عدد آن با ۴۰۰ جمع شود، بر ۴ بخش پذیر است. این سال در چه صورت ممکن است کبیسه نباشد؟ وقتی که عددش بر ۱۰۰ بخش پذیر باشد، ولی به ۴۰۰ نه؛ مثل سال ۲۱۰۰. چهارصد سال قبل از سال ۲۱۰۰ چه سالی بوده است؟ سال ۱۷۰۰. ولی سال ۱۷۰۰ هم کبیسه نبوده است، چون مضرب ۱۰۰ است، ولی مضرب ۴۰۰ نیست. پس اگر سالی که با آن شروع می‌کنیم، کبیسه باشد، چهارصد سال بعد از آن هم کبیسه است. در مورد سال‌های غیر کبیسه هم می‌توانیم نشان دهیم که چهارصد سال بعد از خودشان غیر کبیسه هستند.

لیدا: حالا برویم سراغ مشکل دوم! آیا تعداد روزهای چهارصد سال بر ۷ بخش پذیر است؟

سوفیا: خودت بگو!

لیدا: دیدیم که در هر چهارصد سال نود و هفت سال کبیسه هستند و بقیه غیر کبیسه. پس تعداد روزهای چهارصد سال

منبع